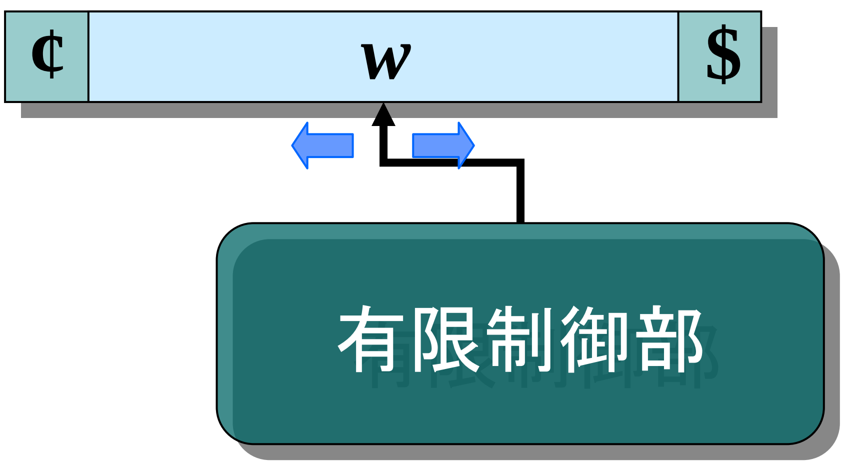
5.2 線形有界オートマトン

- 線形有界オートマトン
- 補題5.6
  文脈依存言語 ⇒ 線形有界オートマトン
- 補題5.7
  線形有界オートマトン ⇒ 文脈依存言語
- 定理5.8
  文脈依存言語 ⇔ 線形有界オートマトン

線形有界オートマトン

- 1テープ非決定性Turing機械 $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$
  - (1) $\{¢, \$\} \subseteq \Sigma$,
  - (2) 任意の $p, q \in Q$ に対し，$(q, a, X) \subseteq \delta(p, ¢)$ ならば，$a = ¢$ かつ $X = R$,
  - (3) 任意の $p, q \in Q$ に対し，$(q, a, X) \subseteq \delta(p, \$)$ ならば，$a = \$$ かつ $X = L$.



補題5.6
（文脈依存言語 ⇒ 線形有界オートマトン）

- 任意の文脈依存言語 $L \subseteq \Sigma^*$ に対して，L を受理する線形有界オートマトンが存在する.

証明の手順

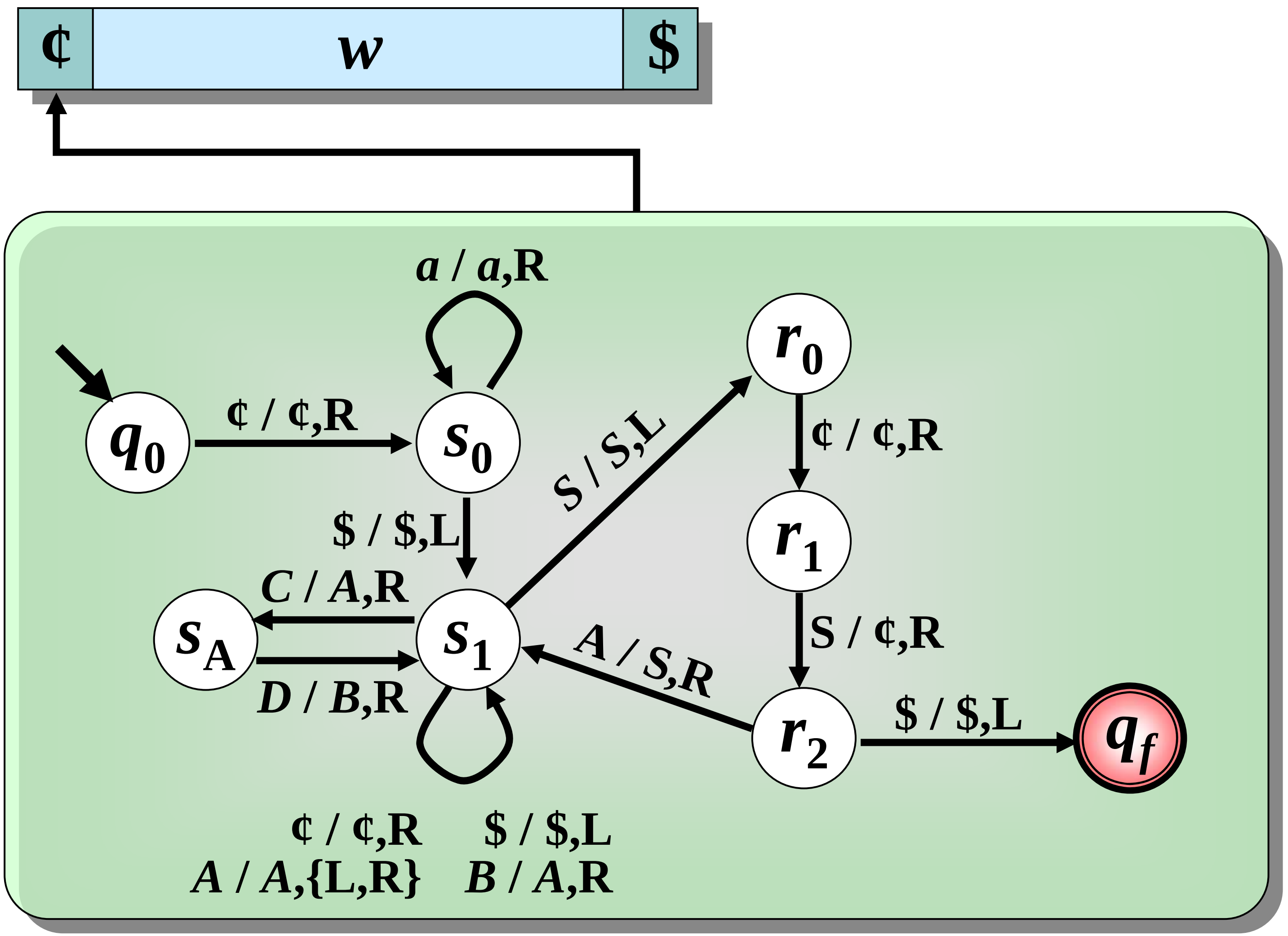
- $L(G) = L$ となる G をとる.
- この G に基づき，線形有界オートマトン $M = (Q, \Sigma', \Gamma, \delta, q_0, \{q_f\})$ を次のようにつくる.

  $Q = \{q_0, q_f, s_0, s_1, r_0, r_1, r_2\} \cup \{s_A \mid AB \rightarrow CD \in P\}$

  $\Sigma' = \Sigma \cup \{¢, \$\}$

  $\Gamma = N \cup \Sigma'$
- $L(G) = L(M)$ を証明する.

証明



補題5.7
（線形有界オートマトン ⇒ 文脈依存言語）

- 任意の線形有界オートマトン $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ に対して，$L(M) - \{\varepsilon\}$ は文脈依存言語である.

証明の手順

- M に基づき，文脈依存文法 $G = (N, \Sigma, P, S)$ をつくる.
- $L(G) = L(M) - \{\varepsilon\}$ を証明する.

導出の仕組み

- (5.20) と (5.21) の規則から，ある語 $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{a_1 a_2 \cdots a_n}$ に対応する初期様相を表す文形式

  $$\langle a_1, q_0¢a_1\rangle\langle a_2, a_2\rangle \cdots \langle a_n, a_n\$\rangle$$

  を生成する.
- (5.22) と (5.23) の生成規則を繰り返し適用することで，非終端記号 $\langle a_1, \alpha\rangle$ の第2項の部分を使って $\boldsymbol{M}$ の計算過程を模倣しながら導出を続ける.
- 模倣の過程で，$\boldsymbol{M}$ が最終状態に達するならば，非酒単記号 $\langle a_1, \alpha q\beta\rangle$ が現れるので，(5.24) を用いて終端記号 $\boldsymbol{a}$ に置き換える.
- 後は，(5.25) を繰り返し適用し，すべての非終端記号を終端記号に置き換え，語 $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{a_1 a_2 \cdots a_n}$ を得る.

定理5.8と系5.9

- $L \subseteq \Sigma^*$ が文脈依存言語であるための必要十分条件は，$\boldsymbol{L = L(M)}$ なる線形有界オートマトン $\boldsymbol{M}$ が存在することである.

系5.9 （→定理5.13の証明に関係）

- **CSL = NSPACE(*n*)**

消去可能文脈依存文法

- 次の生成規則からなる文法 $\boldsymbol{G}$ は，消去可能文脈依存文法という.

  $$\alpha A\beta \rightarrow \alpha\gamma\beta \quad (\alpha, \beta, \gamma \in (N \cup \Sigma)^*,\ A \in N)$$

  消去可能文脈依存文法は句構造と同等の生成能力をもつ.