

5.3 文脈依存言語の性質

- 定理5.10
 - 文脈依存言語族は和と連接について閉じている
- 定理5.11
 - 文脈依存言語族は正閉包について閉じている
- 定理5.12
 - 文脈依存言語族は積について閉じている
- 定理5.13
 - 任意の文脈依存言語 $L \subseteq \Sigma^*$ に対して, $\Sigma^* - L$ の補集合は文脈依存言語である
- 補題5.14
 - 任意の $s(n) \geq \log n$ に対して,
 $\text{NSPACE}(s(n)) = \text{co-NSPACE}(s(n))$ である

定理5.10

(文脈依存言語族は和と接続について閉じている)

- $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ を任意の文脈依存言語とする.
 - (1) L_1 と L_2 の和 $L_1 \cup L_2$ は文脈依存言語である.
 - (2) L_1 と L_2 の接続 $L_1 \cdot L_2$ は文脈依存言語である.

$$G_{L_1 \cup L_2} = (N_1 \cup N_2 \cup \{S'\}, \Sigma, P_1 \cup P_2 \cup \{S' \rightarrow S_1, S' \rightarrow S_2\}, S')$$

$$G_{L_1 \cdot L_2} = (N_1 \cup N_2 \cup \{S'\}, \Sigma, P_1 \cup P_2 \cup \{S' \rightarrow S_1 S_2\}, S')$$

G_i の生成規則の左辺に終端記号が現れないと仮定

定理5.11

(文脈依存言語族は正閉包について閉じている)

- 任意の文脈依存言語 $L \subseteq \Sigma^*$ に対して,
 L の正閉包 L^+ は文脈依存言語である.

$N \cap N' = \emptyset$ となる G のコピー $G' = (N', \Sigma, P', S')$

- $G_{L^+} = (N \cup N' \cup \{S^+, X\}, \Sigma, P^+, S^+)$

$$N' = \{ A' \mid A \in N \}$$

$$P' = \{ \alpha' \rightarrow \beta' \mid \alpha \rightarrow \beta \in P \text{ かつ } \alpha', \beta' \text{ は } \alpha, \beta \text{ の} \\ \text{非終端記号 } A \text{ を } A' \text{ で置き換えたもの} \}$$

$$P^+ = P \cup P' \cup \{ S^+ \rightarrow S, X \rightarrow S', S^+ \rightarrow SX, X \rightarrow S'S^+ \}$$

定理5.12

(文脈依存言語族は積について閉じている)

- 任意の文脈依存言語 $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ に対して,
 L_1 と L_2 の積 $L_1 \cap L_2$ は文脈依存言語である.

[証明]

L_i ($i = 1, 2$) を受理する線形有界オートマトンを

$M_i = (Q_i, \Sigma, \Gamma_i, \delta_i, q_0^i, F_i)$ とする.

この M_i から, 線形有界オートマトン $M_{L_1 \cap L_2}$ を構築する.

¢	a	b	a	b	b	a	b	c	\$
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----



¢	a	b	a	b	b	a	b	c	\$
	
	a	b	a	b	b	a	b	c	

定理5.13

(文脈依存言語の補集合も文脈依存言語である)

- 任意の文脈依存言語 $L \subseteq \Sigma^*$ に対して,
 $\Sigma^* - L$ の補集合は文脈依存言語である.

[証明]

系5.9 と補題5.14 による.

系5.9 $CSL = NSPACE(n)$

補題5.14 $NSPACE(s(n)) = co-NSPACE(s(n))$



$CSL = co-CSL$

補題5.14

$$(\text{NSPACE}(s(n)) = \text{co-NSPACE}(s(n)))$$

- 任意の $s(n) \geq \log n$ に対して,
 $\text{NSPACE}(s(n)) = \text{co-NSPACE}(s(n))$ である

[証明]

任意の $s(n)$ 領域有界 Turing 機械 M に対して, $\Sigma^* - L(M)$ を受理する $s(n)$ 領域有界 Turing 機械 M' が存在することを証明する.

線形有界オートマトンは領域有界 Turing 機械