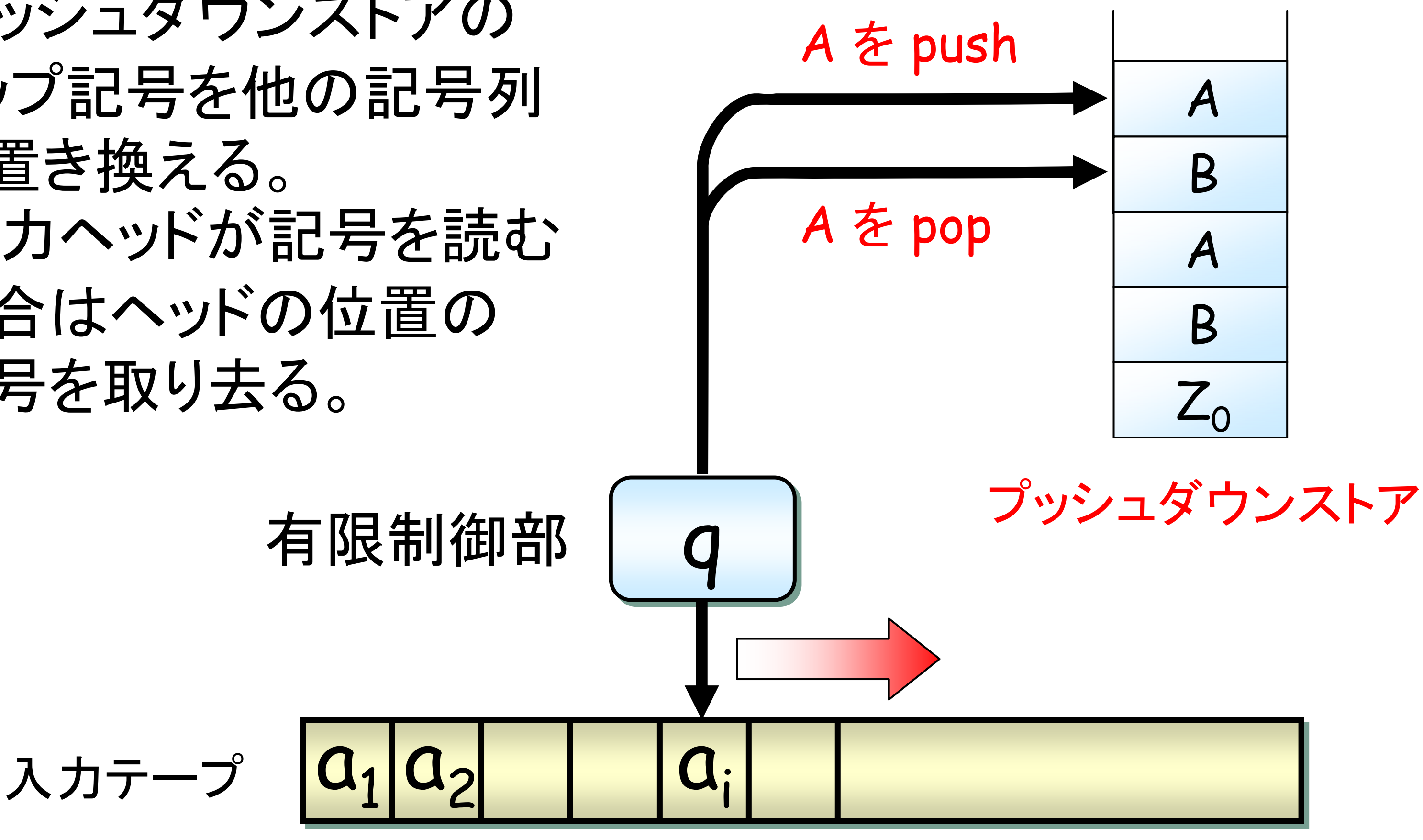
3.2 プッシュダウンオートマトン

- 概念図と基本動作

(1) 状態を変える。
(2) プッシュダウンストアの
　トップ記号を他の記号列
　で置き換える。
(3) 入力ヘッドが記号を読む
　場合はヘッドの位置の
　記号を取り去る。



プッシュダウンオートマトンの定義

定義

- プッシュダウンオートマトン(pda)は7つ組

$$M=(K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$$

によって定義される。

  - K： 状態とよばれる空でない有限集合。
  - Σ： 入力アルファベット
  - Γ： プッシュダウンストアのアルファベット
  - q_0： 初期状態 $q_0 \in K$
  - F ： 最終状態 $F \subseteq K$
  - Z_0： プッシュダウンストアの初期記号 $Z_0 \in \Gamma$
  - δ ： $K \times (S \cup \{e\}) \times G \times K \times G^*$の有限部分集合
    $(q,a,Z,p,\alpha) \in \delta$のとき、$(p,\alpha) \in \delta(q,a,Z)$と書く
    δを遷移関係とよび、δの要素を遷移とよぶ。

非決定的な定義
であることに注意

PDAによる語の受理

- 計算状況
  - 状態 $q \in K$、入力 $w \in S^*$、および $\alpha \in \Gamma^*$ なる(q,w,α)を計算状況という。
    - $\alpha = Z\beta$ とかけるとき、Zがトップ記号である。
- $K \times \Sigma^* \times \Gamma^*$上の関係 $\vdash_M$
  - $(q,ax,Z\alpha) \vdash_M (p,x,\beta\alpha) \Leftrightarrow (p,\beta) \in \delta(q,a,Z)$
    - $(q,ax,Z\alpha)$ から $(p,x,\beta\alpha)$ へ動作するという
    - $a = \varepsilon$ のときを ε 動作という。
    - 関係 $\vdash_M$ の反射的推移閉包を $\vdash_M^*$ とかく
- PDAによる語の受理
  - 最終状態によって受理 → L(M)
  - 最終状態かつ空ストアによって受理 → N(M)

命題3.2

命題3.2

- 言語$L \subseteq \Sigma^*$に対して次の (1)(2) は同値である。
  (1) あるpda Mに対して$L=L(M)$となる。
  (2) あるpda Mに対して$L=N(M)$となる。

証明

- (1)→(2)
  - Mにおいて受理される w に対して、
    $(q_0, w, Z_0) \vdash^*_{M'} (f, \varepsilon, \gamma)$
    となり、さらにε動作で残りのγを取り除くような動作をするM′を考えればよい。
- (2)→(1)
  - 上と似たやり方で、今度は逆に M′ から M を構成する。

決定性PDAと非決定性PDA

- 決定性と非決定性
  - 非決定性プッシュダウンオートマトン
    - 計算状況に対して一意に次の計算状況が決まらない。
  - 決定性プッシュダウンオートマトン
    - 任意の計算状況に対して次の計算状況が一意に決まる。

決定性PDAの定義

- PDA $M=(K,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F)$ は、次の (1)(2) の条件を満たすとき決定性であるという。

  (1) $|\delta(q,a,Z)| \leqq 1 \qquad (a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\})$

  (2) $\delta(q,\varepsilon,Z) \neq \phi$ ならば、全ての $a \in \Sigma$ に対して $\delta(q,a,Z)=\phi$

(2) が無いと、入力語を消費する前に ε 動作をするため、非決定的な動作になる。

決定性PDAと非決定性PDAの違い

- 非決定性PDAの場合は命題3.2が成り立つ
- 決定性PDAの場合は成り立たない
  - 決定性PDAがεを最終状態と空ストアによって受理するならば一意に

    $$(q_0, \varepsilon, Z_0) \vdash^*_M (q, \varepsilon, \varepsilon) \qquad (q \in F)$$

    となる。するとどんな入力に対しても

    $$(q_0, x, Z_0) \vdash^*_M (q, x, \varepsilon)$$

    となり、入力 x が読み込まれずに停止する。

    したがって、$\varepsilon \in N(M) \Rightarrow N(M)=\{\varepsilon\}$ となる。

クラスNPDAとDPDA

定義

- (1) NPDA={L | ある npda M に対して L=L(M)}
- (2) DPDA={L | ある dpda M に対して L=L(M)}

命題3.3

- $L_1, L_2 \in$ NPDA ならば $L_1 \cup L_2 \in$ NPDA である。

証明

- 省略（補題2.2と同様に証明できる）